MTH1008 (Algèbre linéaire appliquée) Groupe 10
Polytechnique Montréal
Hiver 2026

TD#11 – Solutions

Section 6.4

13. Calculer $R = Q^\top A$.
17. (a) Faux. Donner un contre-exemple où $c = 0$: la famille obtenue ne formera plus une base de W.
    (b) Traité en classe.
    (c) Vrai : $A = QR \Rightarrow Q^\top A = Q^\top QR = R$ puisque les colonnes de Q sont orthonormées, d'où $Q^\top Q = I$.

Section 6.5

6. Les équations normales mènent au système suivant

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 6 & 3 & 3 & 27 \\ 3 & 3 & 0 & 12 \\ 3 & 0 & 3 & 15 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right].$$

L'ensemble des solutions au sens des moindres carrés s'écrit donc

$$\mathcal{S} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \ : \ (5 - x_3, -1 + x_3, x_3) : x_3 \in \mathbb{R}\}.$$

13. $\operatorname{dist}(A\mathbf{u}, \mathbf{b}) = \|A\mathbf{u} - \mathbf{b}\| = \sqrt{40}$ et $\operatorname{dist}(A\mathbf{v}, \mathbf{b}) = \|A\mathbf{v} - \mathbf{b}\| = \sqrt{27}$. Puisque $\operatorname{dist}(A\mathbf{v}, \mathbf{b}) < \operatorname{dist}(A\mathbf{u}, \mathbf{b})$, $\mathbf{u}$ ne peut pas être une solution de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ au sens des moindres carrés.