MTH1008 (Algèbre linéaire appliquée) Groupe 10
Polytechnique Montréal
Hiver 2026

TD#6 : Applications linéaires

Programme

1 Linéarité d'une application

Exercice 1

Section 1.8, exercice 18.

Exercice 2

Section 1.8, exercice 26.

2 Matrice d'une application linéaire

Exercice 3

Section 1.8, exercice 8.

Exercice 4

Section 1.9, exercice 8.

Exercice 5

Section 1.9, exercice 19.

3 Injectivité et surjectivité d'une application linéaire

Exercice 6

Section 2.3, exercice 33.

Exercice 7 (Équivalence pour un endomorphisme)

Montrer que si $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ et que $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ est définie par $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$, alors :

$$T \text{ est injective} \quad \Longleftrightarrow \quad T \text{ est surjective.}$$

Dans ce cas, on dira de T qu'elle est *bijective*. Si une application linéaire est associée à une matrice carrée (i.e. si les espaces de départ et d'arrivée sont de même dimension), il est donc impossible qu'elle soit injective mais non surjective, ou l'inverse.

Exercice 8

Section 2.3, exercice 38.

Exercice 9

Section 4.5, exercice 32.

4 Vrai ou faux ?

Exercice 10 (Vrai ou faux ?)

Dire des énoncés suivants s'ils sont vrais ou faux, et justifier.

1. Une application linéaire de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}^m$ transforme toujours l'origine de $\mathbb{R}^n$ en l'origine de $\mathbb{R}^m$.
2. Si $A \in \mathbb{R}^{4\times 3}$, l'application $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ ne peut pas être surjective.
3. Si $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ et qu'il existe un vecteur $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ tel que l'équation $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ soit irréalisable, alors la transformation $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ n'est pas injective.