MTH1008 (Algèbre linéaire appliquée) Groupe 10
Polytechnique Montréal
Hiver 2026

TD#8 : Valeurs propres, vecteurs propres

Programme

1 Réchauffement

Exercice 1 (Vrai ou faux ?)

Dire des énoncés suivants s'ils sont vrais ou faux, et justifier.

1. Soit $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$. S'il existe un vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ tel que $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$, alors λ est une valeur propre de A.
2. Si A et B sont deux matrices de $\mathbb{R}^{n\times n}$ telles que $A \sim B$, alors $\mathrm{Sp}(A) = \mathrm{Sp}(B)$.
3. Si $(\lambda + 5)$ est en facteur dans le polynôme caractéristique de A, alors $5 \in \mathrm{Sp}(A)$.

Exercice 2

Section 5.1, exercice 6.

2 Spectre d'une matrice

Exercice 3

Section 5.1, exercice 20.

Exercice 4

Section 5.1, exercice 23.

Exercice 5

Section 5.1, exercice 25.

Exercice 6

Section 5.1, exercice 31.

3 Polynôme caractéristique et multiplicité algébrique

Exercice 7

Section 5.2, exercice 9.

Exercice 8

Soit

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

la matrice de rotation d'angle θ centrée à l'origine dans $\mathbb{R}^2$. Donner les angles $\theta \in [0, 2\pi[$ pour lesquels R_θ admet au moins une valeur propre réelle.

Exercice 9

Soit

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 2 \\ 5 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 5 \end{bmatrix}.$$

En sachant que $-1 \in \mathrm{Sp}(A)$, donner $\mathrm{Sp}(A)$.

4 Sous-espaces propres et multiplicité géométrique

Exercice 10

Section 5.1, exercice 15.

Exercice 11

Section 5.2, exercice 18.